**３B　インダクタンスと静電容量**

1. 実験の目的

自作のコイルとコンデンサーを使った回路で電気的共振を観察し、インダクタンスと静電容量を測る。また、この実験を通してインダクタンス、静電容量および共振について理解を深める。

２．原理

A、インダクタンス

　図１のような円筒状のコイル（ソレノイド）に電流が流れているとき、コイルの内外に磁界が生じる。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　図１

が一定ならばAB間の電位差はゼロであるが（導線の抵抗は小さく、無視できるとする）、が変化するときはコイルを通り抜ける磁束が変化するために、電磁誘導によってAB間に電位差が生じる。Aを基準としたBの電位はの変化の 速さに比例するので、

 （１）

と表される。この比例定数をインダクタンスといい、単位は（ヘンリー）である。

　今回の実験で使用するコイルを模式的に表すと図２のようになる。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　図２コイルの模式図

このような半径r長さlの隙間なく巻かれた総巻数の単層ソレノイドのインダクタンスは、のとき、

 （２）

で与えられる。ただし、が成り立たない場合には、

 （３）

となる。ここで、は長岡係数である。

B、静電容量

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　図３

図３のように、電気を流さない物質または真空で隔てられた一対の電極に電位差を与えると、との電荷がそれぞれの電極に蓄えられ、コンデンサとして働く。はに比例し、

 （５）

と表される。この比例係数をコンデンサの電気容量といい、単位は（ファラッド）である。

　コンデンサの両電極の向かい合う部分の面積を、電極間の距離が一定値、電極を占める物質の誘電率がのとき、が電極の広がりに比べて十分小さければ、静電容量は、

 （６）

で与えられる。

は物質および周波数によって異なり、真空の誘電率との比を比誘電率といいで表す。このを用いて（６）式を書き直すと、

 （６’）

となる。ふつうの状態の空気のｈｓほぼ１に等しい。また、である。

C、共振

　図４のように、コイルとコンデンサを直列に接続した回路の両端AC間に角周波数の交流電圧をかけ、その結果電流が流れるとする。AB間の電圧は



であり、BC間の電圧は

 　　　　　　　　　　　図４

であるので、すなわちAC間の電圧はこれらの和、



となる。電圧の振幅はとなるので、との比は、

 （７）

である。したがって、

 （８）

とおくと、のときには無限大になる。ここで、

 （９）

で与えられるをその回路の共振周波数という。

３．実験方法

A,インダクタンスの測定

ⅰ)図５のように、円筒の下の方に導線を２０回程度巻き、励振コイルとした。巻線の両端の被覆をサンドペーパーで除き、ターミナル１、２に接続した。その上方に同じように導線を１００回程度巻いて、主コイルとした。励振コイルと同様に導線の両端の被覆を除いてからターミナル３、４に接続した。さらにターミナル３、４の間に数ｎF（４.８１ｎF）のコンデンサーを接続して閉回路を作った。

ⅱ)ターミナル１、２を発振器につないで正弦波を励振コイルに流して図６のような共振回路を作り、ターミナル３、４の間に生じた交流電圧をオシロスコープで観察した。発振器の周波数を様々な値に変え、波形の振幅が最大になる周波数を読みとった。また、の前後で振幅が最大値の倍になる周波数、（とする）を読みとり、

値 （１０）

で表される値を求めた。

　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　図６

ⅲ)インダクタンスを求めた。導出の際には（９）式を変形した（１１）式を用いた。

 （１１）

B,静電容量の測定

ⅰ) 幅３ｃｍ、長さ３０ｃｍに切ったアルミホイルとそれより幅の広いラップフィルム２枚を交互にフォイル同士が接触しないように重ね、端から鉛筆に巻きつけクリップで固定して、コンデンサーとした。巻き終わりの部分の２枚のフォイルを３、０ｃｍ残し、リード線とした。

ⅱ) インダクタンスの測定の実験で使用したコンデンサの代わりに①のコンデンサを用い、ターミナル３と４に接続して閉回路を作り、インダクタンスの測定の実験と同様の方法でとおよび､またQ値を測定した。

ⅲ)コンデンサの静電容量を求めた。導出の際には（９）式を変形した（１２）式を用いた。

 （１２）

４、実験結果

A,インダクタンスの測定

まず、主コイルの寸法を以下に表す。

* 巻き数N=９０回
* 半径r＝２５．５×１０-3｛ｍ｝
* 長さl＝３．００×１０-3｛ｍ｝

振幅が最大値をとるｆ0、その1/√2をとるｆ2、ｆ1とその振幅は

ｆ0＝137.9{KHz}　　　　　振幅3.20V

ｆ1＝131.7{KHz}　　　　　　　2.26V

ｆ2＝144.5{KHz}

よって、(１２)式からインダクタンスを求めると

L=2.77×10-4 [H]

となる。

Q値は（１０）式より

Q＝10.77

また、以下のようないくつかの振幅と振動数の値も使って、グラフを示しておく。

振幅2V＝130.3[KHz] 振幅2.5V=133.1[KHz] 振幅3V=135.7[KHz]

　　　　 146.7[KHz] 143.3[KHz] 140.9[KHz]

B,静電容量の測定

まず、コンデンサの寸法を以下に示す。

幅W＝3.0×１0-2[m]

長さｌ＝2.7×１0-1[m]（300mmのうち、コンデンサとなっていない部分が30mm）

振幅が最大値をとるｆ0、その1/√2をとるｆ2、ｆ1とその振幅は

ｆ0＝147.4{KHz}　　　　　振幅2.33V

ｆ1＝138.6{KHz}　　　　　　　 1.65V

ｆ2＝158.9{KHz}

よって、(１２)式からインダクタンスを求めると

Ｃ＝4.21×10-9 [F]

となる。

Q値は(１０)式より

Q＝7.26

5、考察

A、インダクタンス

ⅰ）理論値と実験値

　インダクタンスの理論値は（３）式から求めることができる。

まず、長岡係数は

r/l=12.75/11.8=1.0805….=1.0

とし、K=0.526を使う。

したがって、（３）式より、



ⅱ)理論値､実験値の誤差

インダクタンスLの誤差率は３.２％であった。この実験はうまくいったといえると思う。

但しここで､誤差の要素となる可能性のあるものについて検証したい。

まず､実験値について考える。（９）式の変数はｆ0、Cのふたつである。このうちCはコンデンサによって数値が与えられているので、ｆ0について考察する。

ｆ0の測定方法は手動でダイヤルを回し、振幅が最大となったところを目測するというものであり､比較的誤差が出やすいと考えることができる。

そこで､仮に実際は1KHz高いところで共振していたとして計算すると

L=2.72×10-4[H]

となる。実際はさらに大きな誤差も考えられる為、原因の一つとして考えることができると思う。

次に理論値について考えてみる。（３）式の変数はK,r,lが挙げられる。

ｒ、ｌについてはコイルの形状であり､巻き方によって左右される。そこで､巻き方について考察する。

このコイルの線径は計測したところ0.113mmであった。この銅線100巻はｌ＝1.13×10-2となるはずである。ところが､実際はｌ＝1.18×10-2であった。理論値を（３）式に代入してみると

L=2.99×10-4

となり､これによる誤差は7.7％であり大きな原因として考えることができる。

また､コイルの巻き数を仮に一回少なく数え間違えてしまったとすると、実際は

L=2.91×10-4

となり､これも誤差を生む可能性となりうる。

一方、K（長岡係数）に関しては他の数値に比べ精度が低すぎた。

そこで､文献やテキストの数値からのグラフなどから、長岡係数は



で求められることがわかった。

ここにr､lを代入すると

K=0.513

となる。

これを､(３)式に代入すると

L=2.79×10-4

となり､これによる誤差は2.5％である。よって結果の一部を証明できる。

B,.静電容量

ⅰ)理論値と実験値

静電容量の理論値は（６’）式より、



となる。ここで、テキストより、とした。

ここで、極板の面積については、今回の実験で用いたコンデンサは二枚の電極が交互に重なっているため、極板の面積は２倍する必要がある。但し､最後の外周一週分は､外側に電極を持たないため2倍する必要がない。外周の直径は22.54mmであった。

ⅱ)理論値、実験値の誤差

静電容量Cの誤差は１５．７％となった。この誤差について検証したい。

まず､実験値について考えるとインダクタンスについて述べたことと同様に､f0に誤差が考えられる。また､静電容量Cの場合、Lの値も実験値であるので､ここに誤差が含まれている場合さらに誤差が生まれる可能性がある。

次に理論値に付いて考えてみると､(ⅵ‘)式の変数はＫε、Ｓ、ｄであるが、このうちＫε、ｄについてはテキストから数値を得た。したがってＳについて誤差の原因を考えることにする。

まず、アルミホイルの寸法誤差について考察する。アルミホイルは定規で測り、自分で切り取ったので誤差のある可能性は大きい。仮に幅を１mm短く切ってしまったと考えると

C=４．８３×１０-9[F]

となり、誤差は3.3％、結果の一部を説明できる。

また､考えられる他の原因としてはアルミホイルを隙間なく巻けていないということである。これは面積Sに影響を与えるほか､電極間の距離ｄ、またフィルムだけでなく空気が電極間に入ってしまうため､Ｋεにも影響があると考えられる。このため､一概には言えないが､dによって普通にコンデンサよりも､理論値より小さな値が出る傾向があるであろうことは予想しうる。

C、Q値

Q値とは共振の鋭さを表す数値である。Q値が高いほど振幅の変化が明確になりグラフにおける変化も急激になる。インダクタンスと静電容量の実験において､なぜQ値に差が表れたのか考えてみたい。

2つの実験では、共通のコイルを使っているので違いはコンデンサにある。そこで､電気容量とQ値の関係について考察する。

図８のように、抵抗、コイル、コンデンサを直列に接続した回路のインピーダンスは、

 （１４）

であり、リアクタンスは、 　　　図８

 （１５）

となる。リアクタンスとなる周波数をとすると、（１５）式よりとなり、においてとなる。また、このときインピーダンスは最小値をとる。

　次に回路を流れる電流は、



となり、

 （１６）

が成立する。ここで、である。

において、電流は（１６）式より、

 （１７）

となり、最大値をとる。

　このように、において、電流と電圧が同位相になり、最大値をとることを直列共振といい、を共振角周波数、を共振周波数という。

　さらに、電流の大きさが共振時の倍になる周波数を計算によって求める。

（１６）式および（１７）式より、



したがって、

 （１８）

というに関する２次方程式が得られる。（１８）式の計４つの解のうち、正になるものは



 （１９）

である。ここで、を帯域幅という。

  とすると、（１９）式よりが成り立つので、

 （２０）

となる。

　共振時における、、の端子電圧をそれぞれ、、（図８参照）とすると、







より、

 （２１）

となる。したがって、Cの値が小さければ値は大きくなり、帯域幅は狭くなり、共振曲線は鋭くなる。